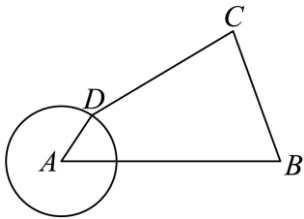


2026年北京高考数学真题（回忆版）

一、单选题

1. 已知集合 $M = \{x | -1 < x < 3\}$, $N = \{x | x \geq 2\}$, 则 $M \cup N =$ ()
A. $(2,3)$ B. $(-1, +\infty)$ C. $[2,3)$ D. $(-1,2]$
2. 已知 $z_1 = 3 - 2i$, $z_2 = -1 + 4i$, 则 $|z_1 + z_2| =$ ()
A. $2\sqrt{2}$ B. i C. 2 D. 8
3. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{4} = 1 (a > 0)$ 的渐近线方程为 $y = \pm \frac{2}{3}x$, 则 a 的值为 ()
A. 2 B. 3 C. 4 D. 9
4. 已知 $(a - \sqrt{x})^7$ 的展开式中的 x^2 的系数是 280 , 则 $a =$ ()
A. 2 B. -2 C. 1 D. -1
5. 下列函数 $f(x)$ 是奇函数且在定义域上单调递增的是 ()
A. $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$ B. $f(x) = \sin x$
C. $f(x) = 2^{-x} - 2^x$ D. $f(x) = \ln \frac{5+x}{5-x}$
6. 已知向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 满足 $|\vec{a} - \vec{b}| = 2$, $\vec{a} = (2,0)$, 则 $|\vec{b}|$ 的最大值为 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
7. $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 是无穷数列, 则“存在常数 M , 使 $a_n \leq M \leq b_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ ”是“ $a_n \leq b_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ ”的 ()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
8. $f(x) = \sin(x + \varphi) (0 < \varphi < 2\pi)$, 将 $f(x)$ 向 x 轴正方向平移 3φ 个单位, 得到的函数图像与 $f(x)$ 图像关于 x 轴对称, 则 φ 的取值个数为 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
9. 学校组织高一、高二学生参观甲、乙两地博物馆, 每位学生可自主选择一处前往. 已知高一学生总人数多于高二学生总人数, 前往甲地的全体学生总数多于前往乙地的全体学生总数, 则 ()
A. 去甲地的高一学生人数多于去乙地的高一学生人数
B. 去甲地的高一学生人数多于去乙地的高二学生人数
C. 去甲地的高一学生人数不多于去乙地的高二学生人数
D. 去乙地的高二学生人数不少于去甲地的高二学生人数
10. 摇杆机械装置, 如图, A, B 为定点, C, D 是动点, $AD = 1$, $CD = 3$, $BC = \frac{5}{2}$, $AB = 4$, 则 $\cos \angle ABC$ 的取值范围 ()



A. $[\frac{5}{16}, \frac{53}{80}]$

B. $[\frac{5}{16}, \frac{73}{80}]$

C. $[\frac{5}{12}, \frac{53}{80}]$

D. $[\frac{5}{12}, \frac{73}{80}]$

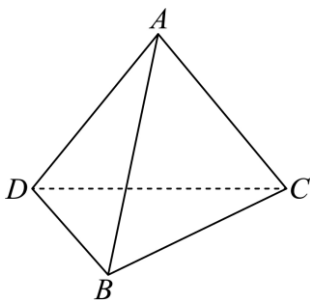
二、填空题

11. 已知直线 $ax + y = 0$ 与圆 $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$ 相切, 则 $a =$ _____.

12. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_6 = 6a_6 + 30$, 则公差 $d =$ _____, 若 $S_n \leq S_5$ 恒成立, 则符合条件的 a_1 的一个取值为_____.

13. 音高 y (单位: mel) 与频率 f (单位: Hz) 满足 $y = \lg(1 + \frac{f}{700})$, 若 $\lg 2 \leq y \leq 3\lg 2$, 则 f 的取值范围为_____.

14. 已知三棱锥 $A - BCD$, $AD = AB = AC = 2\sqrt{2}$, $BD = BC = 2$, $DC = 2\sqrt{3}$, 则它的底面 BCD 的面积为_____, 体积为_____.



15. 已知 $f(x) = |x^2 - \cos x - c^2|$, 给出下列四个结论:

① $f(x)$ 在 $(-1, 1]$ 上有最小值和最大值;

② $c = 1$, $x \in (-1, 2]$ 时, $f(x)$ 有最大值;

③ $c = 0$, $f(x) = 1$ 有 3 个解;

④ $c > 0$, $f(x)$ 与 $y = c$ 有 4 个交点.

其中正确结论的序号是_____.

三、解答题

16. 已知函数 $f(x) = 2\sin\omega x \cos\varphi + 2\cos\omega x \sin\varphi$, $\omega > 0$, $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$. $f(x)$ 最小正周期为 π , 且 $f(0) > 0$, $f(\frac{\pi}{4}) = 1$.

(1) 求 ω 、 φ 的值;

(2) 求 $f(x)$ 的单调递减区间.

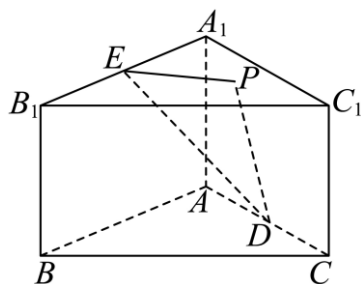
17. 现从全校学生中随机抽取 200 人统计数学成绩，成绩分组及对应人数如下：

成绩分组	[81,94)	[94,107)	[107,120)	[120,135)	[135,150]
人数	40	60	60	32	8

以频率估计概率，完成下列问题：

- (1) 求数学成绩低于 120 分的概率；
- (2) 从学校随机抽取 4 人，求 2 人不低于 120 且 2 人小于 94 的概率；
- (3) 每组数据取左端、中间、右端，比较 $s_{\text{左}}^2$ 、 $s_{\text{中}}^2$ 、 $s_{\text{右}}^2$ 的大小关系.

18. 已知直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC = 2$ ， $BB_1 = \sqrt{2}$ ， E 、 D 分别为 A_1B_1 、 AC 的中点.



- (1) 证明： $DE \parallel$ 平面 BB_1C_1C ；
- (2) 点 P 在平面 $A_1B_1C_1$ 内，且 $EP \parallel B_1C_1$ ，再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知，使得 P 唯一确定，求平面 PAD 与平面 PDE 的夹角的余弦值.
 - ① $PA = PD$ ；
 - ② $PA \perp BC$ ；
 - ③ $BB_1 \parallel$ 平面 PDE .

注：如果选择条件①、条件②、条件③分别解答，按第一个解答计分.

19. 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的一个顶点是 $(2,0)$, 离心率为 $\frac{1}{2}$.

(1)求 E 的方程;

(2)过点 $A(1,1)$, 斜率为 $k(k \neq \pm 1)$ 的直线交椭圆 E 于 B 、 C 两点, B 关于 $y = x$ 的对称点为 D , DC 交 $y = x$ 于 Q , 若

$$|S_{\triangle ABQ} - S_{\triangle ACQ}| = \frac{5}{8}, \text{ 求 } k.$$

20. 设函数 $f(x) = x^2 + mx - 4e^{nx-1}$ ($n \in \mathbf{Z}$), 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(-1, f(-1))$ 处的切线方程为 $4x + e^2y + e^2 + 8 = 0$.

(1)求 m , n 的值;

(2)求 $f(x)$ 的极值点个数;

(3)求 $y = kx - 1$ ($k > 0$)与 $f(x)$ 交点个数.

21. 设 $A = (a_{ij})_{m \times n}$ 是一个 m 行 n 列的数阵，且数阵中的每一项 $a_{ij} \in \{-1, 1\}$ ，都等于 1 或 -1 。若对任意 $1 \leq i, p \leq m$ ， $1 \leq j, q \leq n$ ，其中 $i \neq p$ ， $j \neq q$ ，且 $||i - p| - |j - q|| = 2$ ，都有 $a_{ij} + a_{iq} + a_{pj} + a_{pq} = 0$ ，则称数阵 A 具有性质 P 。

(1) 判断下列两个数表是否具有性质 P 。

$A_1 =$	1	1	-1	1
	-1	1	-1	1
$A_2 =$	1	1	-1	-1
	1	-1	1	-1
	-1	1	-1	1

(2) 若 $m = 5, n = 4$ ，则具有性质 P 的数阵 A 中 1 的个数最多是多少？

(3) 若 $m = n = 6$ ， $a_{11} = 1$ ，且数阵 A 具有性质 P ，证明：对任意 $i, j \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ，都有 $a_{ij} = a_{i1}a_{1j}$ 。